

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ «ТИСБИ»

Кафедра математики

Утверждаю
зав. кафедрой
Л.Р. Пантелеева

Протокол заседания
кафедры № 9
от 06.04.2026

Рабочая программа дисциплины

Наименование дисциплины	Высшая математика
Направление	44.03.02 Туризм
Профиль	Технология и организация туристских и экскурсионных услуг
Год набора	2023, 2024, 2025, 2026

Составитель
к.п.н., доцент
Бобиенко О.М.

Казань

Содержание

1.	Цели и задачи учебной дисциплины	3
2.	Место дисциплины в структуре ОПОП	4
3.	Требования к результатам освоения дисциплины	5
4.	Структура и содержание дисциплины	6
4.1	Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций	6
4.2	Содержание дисциплины по темам (разделам)	8
4.3	Планы практических и семинарских занятий	12
5.	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	33
6.	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	36
7.	Материально-техническое обеспечение дисциплины	36
8.	Оценка компетенций по изучаемой дисциплине	37
	Приложение 1. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	
	Приложение 2. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	
	Приложение 3. Методические рекомендации преподавателям по дисциплине	

1. Цели и задачи учебной дисциплины

Высшая математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавра, которое развивает критическое, логическое и системное мышление у студентов. Студенты должны знать, какие профессиональные, научные и образовательные задачи решаются с помощью математических умений, каковы этапы их решения.

Цель дисциплины – сформировать у будущего бакалавра комплекс знаний, умений и навыков (компетенций), которые позволят ему применять основные законы математики и методы математического анализа для решения профессиональных задач, с применением цифровых инструментов. А также развить у обучающегося критическое, логическое и системное мышление; научить студента думать и логически мыслить.

Задачи дисциплины:

- ознакомить студентов с важнейшими математическими понятиями и утверждениями;
- научить студентов постановке математической модели стандартной задачи и анализу полученных знаний с помощью;
- привить студенту определенную грамотность, достаточную для самостоятельной работы с математической литературой, в том числе цифровую грамотность;
- научить студента осуществлять поиск, критический анализ и синтез полученной информации с использованием цифровых технологий;
- научить студентов применять базовые положения математики и методы математического анализа для осуществления профессиональной деятельности, с использованием элементарных цифровых инструментов.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Данная дисциплина относится к части учебного плана, формируемой участником образовательных отношений и находится во взаимосвязи с дисциплинами согласно карте межпредметных связей.

До начала изучения дисциплины «Высшая математика» у студента должны быть сформированы знания, умения и навыки, полученные в результате изучения школьных курсов «Алгебра и начала анализа», «Геометрия» и «Элементы логики» в соответствии со стандартами среднего образования. На первой неделе обучения у студентов проводится входной срез умений и навыков по математике, по результатам которого для отстающих студентов формируется «группа подтягивания» для дополнительных занятий.

Карта межпредметных связей

школьные курсы: Алгебра и начала анализа
Геометрия, Логика



Высшая математика
является базовой для всех последующих
дисциплин, использующих математические расчеты



Цифровые технологии и
основы искусственного
интеллекта
Практикум по цифровым
технологиям



Основы бухгалтерского
учета и налогообложения в
туризме

3. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины у обучающегося в соответствии с ФГОС ВО формируются компоненты компетенции УК-1.

УК-1 СПОСОБЕН ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОИСК, КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ИНФОРМАЦИИ. ПРИМЕНЯТЬ СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПОСТАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать основной математический инструментарий (в том числе цифровой) для сбора, анализа и систематизации информации при решении задач;

Уметь применять основной математический инструментарий и системный подход для оценки, анализа, систематизации и решения поставленных задач с использованием цифровых технологий;

Владеть математическим аппаратом и математической символикой, необходимые для решения задач, обработки и интерпретации информации, полученной в профессиональной деятельности с использованием цифровых инструментов.

После освоения дисциплины студент должен получить следующие образовательные результаты, соотнесённые с индикаторами достижения компетенций:

Декомпозиция компетенций

Индикаторы	Результаты обучения по дисциплине
Компетенция УК-1	
УК - 1.1. Осуществляет поиск необходимой информации, производит её критический анализ и обобщает результаты анализа для решения поставленной задачи	УК-1.1. 3.3. Знает основной математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации при решении задач УК-1.1.У.3. Умеет применять основной математический инструментарий для оценки, анализа и решения поставленных задач УК-1.1.В.3. Владеет математическим аппаратом и математической символикой, необходимыми для обработки и интерпретации информации, полученной при решении задач
УК-1.2. Использует системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2.У.7. Умеет применять системный подход при решении задач

Этапы формирования выбранной компетенций (и их составляющих ЗУВ) УК-1 можно проследить по Пояснительной записке и модульно-тематическому плану дисциплины.

4. Структура и содержание дисциплины.

4.1. Модульно-тематический план и пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единицы (216 ак.ч.)

Количество часов по разным формам обучения в таблице ниже:

Очная форма/заочная форма

Наименование тем	Количество ауд. Часов		Самостоятельная работа (час.) оч/заоч.	Всего часов	Индикаторы компетенций
	Лекции оч/ заоч.	Практика оч/ заоч.			
Модуль 1 «Линейная алгебра»					
Тема 1. Матрицы и определители	4/1	8/1	6/12	18/14	УК-1.1. 3.3 У.3 В.3 УК-1.2. У.7
Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	4/1	8/2	6/12	18/15	
Модуль 2 «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»					
Тема 1. Элементы векторной алгебры	3/1	6/2	6/12	15/15	УК-1.1. 3.3 У.3 В.3 УК-1.2. У.7
Тема 2. Элементы аналитической геометрии на плоскости	4/1	8/1	6/12	18/14	
Подготовка к зачёту и зачёт	-	-	10/12	10/12	
Всего за 1 семестр	15/4	30/6	34/60	79/70	
Модуль 3 «Дифференциальное исчисление»					
Тема 1. Множества и операции над ними. Понятие функции	2/1	2/1	6/12	10/14	УК-1.1. 3.3 У.3 В.3 УК-1.2. У.7
Тема 2. Теория пределов и техника их вычисления	2/1	6/2	6/12	14/15	
Тема 3. Непрерывность функции. Точки разрывов и их классификация	2/1	2/1	6/12	10/14	
Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Экстремумы функции одной переменной	4/1	10/2	6/12	20/15	
Подготовка к зачёту и зачёт			10/10	10/10	
Всего за 2 семестр	10/4	20/6	34/58	64/68	
Модуль 4 «Функции нескольких переменных»					
Тема 1. Функции нескольких переменных, частные производные	2/0,5	2/1	5/10	9/11,5	УК-1.1. 3.3 У.3

Тема 2. Экстремумы функции двух переменных	2/1	4/2	5/10	11/13	В.3 УК-1.2. У.7
Модуль 5 «Интегральное исчисление»					
Тема 1. Понятие неопределённого интеграла, его свойства и методы интегрирования	2/1	6/1	5/10	13/12	УК-1.1. 3.3 У.3 В.3 УК-1.2. У.7
Тема 2. Понятие определенного интеграла, его свойства и методы интегрирования	2/1	4/1	5/10	11/12	
Тема 3. Приложения определённого интеграла	2/0,5	4/1	5/10	11/11,5	
Подготовка к экзамену	-	-	18/18	18/18	
Всего за 3 семестр	10/4	20/6	43/68	73/78	
Итого	35/12	70/18	111/186	216	

* Все практические занятия по данному курсу ведутся с элементами интерактивных методов обучения, отраженных в Пояснительной записке к модульному курсу.

Пояснительная записка с указанием этапов формирования компетенций

Курс «Высшая математика» для направления «Гостиничное дело» изучается в соответствии с учебным планом данного направления и действующим Положением о модульно-рейтинговой системе организации учебного процесса Университета управления «ТИСБИ».

Данный модульный курс состоит из пяти модулей, порядок освоения которых выстраивает траекторию и этапы формирования заявленной компетенции (или её составляющих).

В курсе излагаются традиционные классические методы математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, с помощью которых у студентов развивается аналитическое системное мышление. Активно применяются элементы цифровых инструментов, таких как myQuiz, Lecture Racing Teacher, Google формы для лучшего усвоения знаний, формирования заявленных умений и навыков, а также для проверки сформированности соответствующих ЗУВов и самоконтроля. При работе со студентами удалённо (в основном, это лекционный материал) используется учебная доска Jam board. При подготовке студентами презентаций по отдельным темам используется MS Power Point, Prezi и другие. Для автоматизации трудоёмких вычислений используются программы Mathematica, MatLab, MathCad. Использование

интерактивного инструмента MathType позволяет студентам создавать математические формулы для расчётов. Большое внимание уделяется решению задач методами, основанными на изложенной теории. Кроме того, студентам для самостоятельной работы предлагается изучить отдельные темы, упражнения и задачи, решение которых необходимо для приобретения компетенций, а потом пройти самоконтроль с помощью цифровых приложений myquiz.ru и/или Lecture Racing Teacher.

В процессе обучения на основе инновационных интерактивных образовательных технологий формируются математические знания и умения будущих бакалавров, а также развивается логическое и системное мышление в процессе решения математических задач. В связи с тем, что математика одна из сложных классических наук и придумать игровую ситуацию довольно сложно, то применяются следующие **интерактивные приёмы**, направленные на повышение образовательных результатов обучающихся за счет их эффективного встраивания в образовательный процесс:

1. Так как весь лекционный материал можно найти в учебнике, то студенту предлагается прийти на лекцию, предварительно ознакомившись с новым материалом в библиотеке, дома или в интернете. Это дает возможность эффективно работать в аудитории и читать не «монологическую лекцию», а в режиме диалогового взаимодействия, задавая вопросы, провоцируя студентов на дискуссию и обсуждение непонятых и спорных вопросов. Начиная доказывать ту или иную теорему, предлагается студенту продолжить и закончить начатое доказательство у доски, причем это может быть участие даже 2-х студентов у доски во время лекции. Тем самым студенты становятся субъектами собственной деятельности, у него развивается логическое и системное мышление.

2. Все практические занятия по математике проводятся с элементами интерактива, с использованием активно-познавательных методов и частично с цифровых инструментов. Более эффективно, на наш взгляд, использование **«метода запланированных ошибок»**, когда в процессе практического занятия на доске решаются пределы, производные и интегралы, заготовленные преподавателем дома, и в процессе решения каких-то задачах специально допущены ошибки. Студенты с большим удовольствием ищут

эти ошибки, выходят к доске и исправляют их. Этот приём не даёт студентам лишний раз отвлекаться на занятиях, усиливает их познавательную мотивацию и формирует математическую грамотность студентов, а также поддерживает интерес к дисциплине.

Модуль 1,2 курса содержит элементы линейной, векторной алгебры и аналитической геометрии. В результате изученного материала студент должен **знать** основы теории матриц и линейных уравнений, которые являются базовыми для многих дальнейших дисциплин, в частности для теории линейного программирования; а также основные приложения метода координат на плоскости, уравнения прямой на плоскости, линейные операции над векторами; должен **уметь** решать системы линейных уравнений различного типа и аналитически различать и определять кривые второго порядка; и **владеть** навыками в подборе методов решения систем уравнений и построения кривых второго порядка. В процессе решения всех математических задач студент учится применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации, а также формирует логическое и системное мышление.

Модуль заканчивается решением домашней и аудиторной (модульный срез) контрольной работы, которая оценивается по 100 балльной системе на основании Положения о МРС университета.

Первый семестр заканчивается зачётом. Зачет включает в себя решение только практических задач с использованием элементов математической теории.

Модуль 3 содержит элементы теории пределов и раздел дифференциального исчисления. В результате студент должен **знать** понятие предела функции и основные теоремы о пределах, а так же **знать** понятия приращения и дифференциала функции; правила дифференцирования простой и сложной функций; **уметь** построить основные элементарные функции, пользоваться таблицей производных и исследовать функции с помощью производных; а так же должен **владеть** навыками техники вычисления пределов функции и навыками работы с функциями нескольких

переменных, которые в последствии используются в изучении других разделов математики. Уметь применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации. В процессе решения всех математических задач студент учится применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации, а также формирует логическое системное мышление.

Модуль заканчивается аудиторной контрольной работой (модульный срез) и домашней расчетной работой по исследованию функций с помощью производной.

Модуль 4 содержит раздел функции нескольких переменных. В результате студент должен **знать** понятие предела функции и основные теоремы о пределах функции нескольких переменных, а так же **знать** понятия приращения и дифференциала функции нескольких переменных; правила дифференцирования простой и сложной функций двух переменных; **уметь** дифференцировать функцию двух переменных и находить экстремумы функции двух переменных; а так же должен **владеть** навыками техники вычисления пределов функции и навыками работы с функциями нескольких переменных, которые в последствии используются для расчёта экономических показателей предприятия. Уметь применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации. В процессе решения всех математических задач студент учится применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации, а также формирует логическое системное мышление.

Модуль заканчивается аудиторной контрольной работой (модульный срез) и домашней расчетной работой по нахождению экстремумов функции двух переменных.

Модуль 5 содержит раздел интегрального исчисления. В результате изучения которого, студенты должны **знать** основные понятия и свойства неопределенного и определённого интегралов; **уметь** пользоваться таблицей основных неопределённых интегралов; а так же **владеть** методами интегрирования определенного, неопределенного и несобственного

интегралов, в том числе для вычисления площади фигур. В процессе решения всех математических задач студент учится применять математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации, а также формирует логическое и системное мышление.

Модуль заканчивается индивидуальной домашней контрольной работой по вариантам.

По завершению курса студент сдает экзамен.

Результаты всех модулей оцениваются исходя из 100-балльной системы (на основании Положения о МРС УУ «ТИСБИ»). Семестровая оценка выводится нахождением среднего по модулям, умноженного на 0,6. Экзаменационная оценка рассчитывается исходя из 100 баллов и результат умножается на 0,4. Итоговая оценка по курсу «Высшая математика» в виде суммы двух оценок (семестровой и экзаменационной) проставляется в баллах в ведомость, выданную деканатом и зачётку.

4.2 Содержание дисциплины по темам (разделам)

Модуль 1 «Линейная алгебра»

Тема 1. Матрицы и определители.

Основные понятия теории матриц. Разновидности матриц. Алгебра матриц: сумма матриц, умножение матриц на число, произведение матриц. Перестановочные матрицы. Основные свойства операций над матрицами.

Определители 2-ого и 3-его порядка. Правило Саррюса. Свойства определителей. Понятие минора и алгебраического дополнения. Определители 4-ого порядка и выше. Правило разложения определителя по строке или столбцу.

Понятие присоединённой (союзной) матрицы. Понятие обратной матрицы и её свойства. Правило нахождения обратной матрицы.

Тема 2. Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Решение системы трёх уравнений с тремя неизвестными методом Крамера. Формулы Крамера.

Элементарные преобразования матриц. Понятие ранга матрицы и его свойства. Ранг канонической матрицы. Матричная форма записи СЛАУ. Решение матричных уравнений. Понятие расширенной матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Решение невырожденных линейных систем. Решение СЛАУ методом Гаусса. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

Решение однородных систем. Понятие тривиального решения СЛАУ. Необходимое и достаточное условие существования решения однородной СЛАУ.

Модуль 2 «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»

Тема 1. Элементы векторной алгебры.

Основные понятия. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Направляющие косинусы. Скалярное и векторное произведение векторов, их свойства. Смешанное произведение векторов.

Тема 2. Элементы аналитической геометрии на плоскости Декартова и полярная системы координат. Основные приложения метода координат на плоскости. Линии на плоскости. Уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми и условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Линейная модель обмена.

Кривые второго порядка. Общий вид уравнений кривых второго порядка. Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола. Основные характеристики кривых второго порядка.

Модуль 3 «Дифференциальное исчисление»

Тема 1. Множества и операции над ними. Понятие функции.

Множества. Операции над множествами. Понятие функции и её основные свойства. Способы задания функции. Основные элементарные функции и их графики.

Тема 2. Теория пределов и техника их вычисления.

Предел числовой последовательности. Теорема Вейерштрасса. Предел функции и его геометрический смысл. Основные теоремы о пределах функции. Бесконечно большая и бесконечно малая функции (основные теоремы). Определённые и неопределённые выражения. Раскрытие неопределённостей $(0/0)$; (∞/∞) ; $(\infty - \infty)$. Первый и второй замечательные пределы.

Тема 3. Непрерывность функции. Точки разрывов и их классификация

Основные теоремы о непрерывных функциях. Точки разрыва и их классификация.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Экстремумы функции одной переменной.

Понятие приращения функции. Определение производной функции. Геометрический смысл производной. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции. Правила дифференцирования функции. Техника дифференцирования сложной функции. Производная от сложной функции. Производная обратной и неявной функции. Производные высших порядков. Понятие дифференциала функции, его основные свойства и геометрический смысл. Основные теоремы о дифференциалах.

Дифференциал сложной функции. Приближённые вычисления с помощью дифференциала. Предельный анализ экономических процессов.

Исследование функции с помощью производной. Понятие экстремума функции. Теоремы о дифференцируемых функциях (т.Ферма, Роля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя. Возрастание и убывание функции. Порядок нахождения экстремумов. Наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции с помощью производной и построение графика. Применение производной в задачах.

Модуль 4 «Функции нескольких переменных»

Тема 1. Понятие функции двух переменных. Частные производные функции двух переменных первого и второго порядков.

Тема 2. Экстремумы функции двух переменных

Необходимое и достаточное условия нахождения экстремумов двух переменных. Условный экстремум функции двух переменных.

Модуль 5. «Интегральное исчисление»

Тема 1. Понятие неопределённого интеграла (НИ) и его свойства.

Понятие неопределённого интеграла и его геометрический смысл. Семейство интегральных кривых. Таблица основных НИ. Основные свойства неопределённого интеграла. Интегралы от основных элементарных функций.

Метод непосредственного интегрирования. Метод замены переменных. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных и дробно-рациональных функций. Разложение правильных дробей на элементарные. Интегрирование иррациональных выражений. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная подстановка.

Тема 2. Понятие определённого интеграла (ОИ), его свойства и методы интегрирования.

Понятие определённого интеграла и его свойства. Геометрический и физический смысл определённого интеграла. Теорема Коши. Формула Ньютона-Лейбница, как основная формула интегрального исчисления. Метод замены переменных и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Тема 3. Приложения определённого интеграла.

Вычисление площади фигуры. Вычисление площади поверхности вращения. Объём тела вращения. Использование определённого интеграла.

4.3. Планы практических занятий

На всех практических занятиях для отработки умения и навыка заявленной компетенции преподаватель предлагает студентам решать примеры из задачников, методичек или составленных преподавателем самостоятельно, выписывая исходные данные на классическую доску в аудитории. Задачник приносит преподаватель на занятие.

Модуль 1 «Линейная алгебра»

Тема 1. Матрицы и определители.

1. Найти сумму матриц $-2\mathbf{A} + 3\mathbf{B}$, если $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

2. Найти произведение матриц \mathbf{AB} и \mathbf{BA} , если $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

3. Найти произведение матриц \mathbf{AB} и \mathbf{BA} , если

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Найти произведение матриц $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & -5 \end{pmatrix}$ и $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

5. Произвести действия над матрицами: $\mathbf{A} * \mathbf{C} + \mathbf{B}$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 7 & 11 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Решение задач по теме

Определители и их свойства

1. Вычислить определитель 2 – ого порядка

1) $\begin{vmatrix} 3 & 8 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} \sqrt{a} & -1 \\ a & \sqrt{a} \end{vmatrix}$

2. Вычислить определители, разложив их по элементам указанного ряда

4) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -2 \\ 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ (по 2 столбцу), 5) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$ (по 3 строке), 6) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 2 & -5 \end{vmatrix}$ (по 1 столбцу)

3. Упростить и вычислить определители

7) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 & -2 \\ 6 & 4 & 3 & 8 \\ 5 & 4 & 3 & 7 \\ 3 & 3 & 10 & 9 \end{vmatrix}$, 8) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & -6 & 2 \\ 3 & -2 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$, 9) $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 4 & 8 \\ 3 & 3 & -6 & 2 \\ 8 & -2 & 2 & -2 \\ 4 & -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$, 10) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & -6 & 2 \\ 3 & 8 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

Найти обратную матрицу к данной

1. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$; 2. $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -5 & 9 & 0 \\ -2 & 15 & 0 \end{pmatrix}$; 3. $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 7 \\ 1 & 0 & 4 \\ 7 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

Тема 5. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Решить системы уравнений методом Крамера

$$\text{а) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x + 3y + 2z = 10 \end{cases} ; \text{ б) } \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 4y + 6z = 3 \\ 3x + y - z = 1 \end{cases}$$

Решить системы уравнений методом Гаусса

$$1. \begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1 \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases} ; 2. \begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y - z = 2 \\ 5x + y - z = 7 \end{cases} ; 3. \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x + 3y + 2z = 10 \end{cases} ; 5. \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 4y + 6z = 3 \\ 3x + y - z = 1 \end{cases} ; 6. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 12 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 6 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 5 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = -7 \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 14 \end{cases}$$

Решение однородных систем методом Гаусса

$$1. \begin{cases} -5x + y + z = 0 \\ x - 6y + z = 0 \\ x + y - 7z = 0 \end{cases} ; 2. \begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ x + 3y - 4z = 0 \end{cases} ; 3. \begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

Решение задач по теме

Модуль 2. «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»

Тема 1. Элементы векторной алгебры

1. Дано $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$. Найти: а) скалярное произведение векторов $\vec{c} = -5\vec{a} + 1\vec{b}$; $\vec{d} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, если $(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/3$.

б) модуль векторного произведения $|\vec{c} \times \vec{d}|$, если $(\vec{a}, \vec{b}) = \pi/2$.

2. Даны координаты 4 точек $A(3; -1; 2)$, $B(2; 4; -1)$, $C(-1; 5; 3)$, $D(-4; 3; 2)$.

Найти : а) координаты векторов \vec{AB} , \vec{CD} , $2\vec{AB} + 3\vec{CD}$; б) модули векторов \vec{AB} , \vec{CD} ; в) скалярное произведение \vec{AB} и \vec{CD} ; г) косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{CD} ; д) проекцию вектора \vec{AB} на направление вектора \vec{CD} ; е) направляющие косинусы векторов \vec{AB} , \vec{CD} ; ж) векторное произведение \vec{AB} и \vec{CD} ; з) площадь треугольника, построенного на векторах \vec{AB} , \vec{CD} ; и) смешанное произведение $\vec{AB} \vec{CD} \vec{b}$, где $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$; к) объем пирамиды ABCD.

Тема 2. Элементы аналитической геометрии на плоскости.

Уравнения прямой на плоскости.

- 1) Даны вершины $\triangle ABC$: $A(2; 1)$, $B(-1; -1)$, $C(3; 2)$. Составить уравнение высоты треугольника.
- 2) Найти длину высоты BD треугольника с вершинами $A(-3; 0)$, $B(2; 5)$, $C(3; 2)$.
- 3) Даны уравнения двух сторон прямоугольника: $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x + 2y - 7 = 0$ и одна из его вершин $(2; -3)$. Составить уравнения для остальных сторон прямоугольника.
- 4) Даны вершины $\triangle ABC$: $A(1; 1)$, $B(4; 5)$, $C(13; -4)$. Составить уравнение высоты треугольника из вершины C и медианы из вершины B .
- 5) Даны уравнения двух сторон ромба $3y - x = 0$, $3y + x = 0$ и точка пересечения их диагоналей $(0; 3)$. Найти длину высоты и уравнения диагоналей.
- 6) Через точки $M(-1; 2)$ и $N(2; 3)$ проведена прямая. Определить точки пересечения этой прямой с осями координат и найти уравнение перпендикуляра к прямой MN в точке M .

Решение задач по теме

- 1) Найти уравнение плоскости, проходящей через две данные прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+5}{-3}$, $\frac{x-6}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+2}{-3}$.
- 2) Найти расстояние от точки $M(-1; 3; 5)$ до плоскости, проходящей через точку $A(2; -2; 1)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-2}$.
- 3) Найти уравнения плоскости, проходящей через точки $A(0; 3; 3)$, $B(3; 1; -5)$ и параллельной оси Ox .
- 4) Найти расстояние от точки $A(1; -2; 3)$ до плоскости, проходящей через точку $M(-1; 2; 3)$ и ось Oy .
- 5) Найти каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; 1; 2)$ параллельно прямой $\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ x - 7y - 4z = 0 \end{cases}$.
- 6) Найти угол между прямыми $\begin{cases} 2x + 2y - 3z = 0 \\ 2x + y - z + 7 = 0 \end{cases}$, $\begin{cases} x + 2y + 7 = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \end{cases}$.
- 7) Найти угол между плоскостью $x + 2y - z + 2 = 0$ и плоскостью, проходящей через точки $A(2; -2; -3)$, $B(3; 0; -5)$, $C(5; -2; 0)$.

Решение задач по теме

Привести к каноническому виду следующие уравнения кривых второго порядка и построить соответствующие кривые:

- | | |
|---|--|
| 1) $4x^2 + 9y^2 - 16x - 18y - 11 = 0$; | 2) $x^2 + 2x - y = 0$; |
| 3) $x^2 - 9y^2 + 6x + 18y - 9 = 0$; | 4) $9x^2 + y^2 - 18x + 2y + 1 = 0$; |
| 5) $2x^2 + 4x + y - 2 = 0$; | 6) $3x^2 - 6x - y + 2 = 0$; |
| 7) $x^2 + 4y^2 - 8x - 9y + 16 = 0$; | 8) $4x^2 + 8x - y - 5 = 0$; |
| 9) $9x^2 - y^2 + 18x + 2y - 1 = 0$; | 10) $9x^2 - 4y^2 + 36x + 16y - 16 = 0$. |

Решение задач по теме

Модуль 3 «Дифференциальное исчисление»

Тема 1. Множества и операции над ними. Понятие функции.

Самостоятельное решение задач по теме №6.02-6.11. Графики основных элементарных функций. Построение графиков функций.

Тема 2. Теория пределов и техника их вычисления

Вычислить пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^2 + x}{x^5 - 2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + x - 21}$,
в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1 + 3x^2} - 2}{x^2 - x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arcsin 3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2)[\ln(2x - 3) - \ln(2x + 1)]$

Решение задач по теме: № 6.18-6.21; 6.31-6.36.

Тема 3. Непрерывность функции

Решение задач по теме: № 6.170-6.174; 6.205.

Примеры. Определить точки разрыва функций и их тип.

1. $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}$

В точке $x = -1$ функция терпит разрыв, так как в этой точке нарушено условие непрерывности.

Однако, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x - 4)(x + 1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x - 4) = -5$.

Следовательно, односторонние пределы равны $y(-1-0) = y(-1+0)$ и скачок функции равен нулю. Это означает, что разрыв устраним. Более того, если положить

$$y = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}, & x \neq -1 \\ -5, & x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow y = x - 4,$$

то функция становится всюду непрерывной.

$$2. \quad y = \frac{1}{x}.$$

Условие непрерывности нарушается в точке $x=0$.

$\lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{1}{x} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{1}{x} = +\infty$. Односторонние пределы бесконечны,

значит $x=0$ – точка разрыва Π^0 рода.

Тема 4. Дифференциальное исчисление

Решение задач по теме: - № 7.3-7.8; 7.9-7.10.

Найти производные следующих функций

$$а) y = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}; б) y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}; в) y = 5^{\arctg^2 x}.$$

Решение задач по теме: № 7.21-7.70; 7.71-7.73; 7.76-7.83.

Тема 5. Исследование функции с помощью производной

Решение задач по теме: № 8.41-8.53; 8.61-8.66; 8.82-8.85; 8.108-8.114.

Пример. $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$. Исследовать функцию и построить график.

1. Функция неопределенна в точках $x = \pm 2$. Поэтому область определения $D(y) = (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$.
2. Область определения симметрична относительно начала координат

$$\text{и } y(-x) = \frac{(-x)^2}{(-x)^2 - 4} = \frac{x^2}{x^2 - 4} = y(x).$$

Следовательно, функция четная, график симметричен относительно оси ординат. Поэтому далее будем проводить исследование для $x \geq 0$.

3. Функция не является периодической.
4. Точка $(0, 0)$ – единственная точка пересечения с осями координат.
5. Точка $x = 2$ – точка разрыва.

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x^2}{(x-2)(x+2)} = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x^2}{(x-2)(x+2)} = +\infty.$$

Значит, $x = 2$ – точка разрыва Π^0 рода, и кривая имеет вертикальную асимптоту. (В силу симметрии графика функции точка $x = -2$ – не исследуется).

6. В правой полуплоскости $x \geq 0$ функция непрерывна для $x \in [0, 2) \cup (2, +\infty)$.

7. Наклонная асимптота:

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x(x^2 - 4)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 0.$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \frac{4}{x^2}} = 1.$$

$y = 1$ – горизонтальная асимптота.

Строим эскиз графика для $x \geq 0$, а затем симметрично отображаем в левую полуплоскость $x \leq 0$.

Модуль 4. Функции нескольких переменных

Решение задач по теме: № 15.62-15.67; 15.80-15.82; 15.135-15.137.

Примеры. Найти частные производные от функций

$$1. z = x^3 y - y^3 x, \quad 2. z = x^2 \sin y.$$

Решение:

$$1. \frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 y - y^3, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = x^3 - 3y^2 x. \quad 2. \frac{\partial z}{\partial x} = 2x \sin y, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 \cos y.$$

Пример.

Найти смешанные производные 2-го порядка от функции $z = \arctg xy$.

Решение. Последовательно находим производные:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y}{1+x^2y^2}; \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{1 \cdot (1+x^2y^2) - 2x^2y \cdot y}{(1+x^2y^2)^2} = \frac{1-x^2y^2}{(1+x^2y^2)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x}{1+x^2y^2}; \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{1 \cdot (1+x^2y^2) - 2xy^2 \cdot x}{(1+x^2y^2)^2} = \frac{1-x^2y^2}{(1+x^2y^2)^2}$$

Пример. Исследовать на экстремум функцию $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

Решение.

Найдем частные производные и составим систему уравнений :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= 3x^2 - 3y = 0 \\ \frac{\partial z}{\partial y} &= 3y^2 - 3x = 0 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{aligned} x^2 - y &= 0 \\ y^2 - x &= 0 \end{aligned}.$$

Находим стационарные точки $M_0(0,0)$ и $M_1(1,1)$. Выясним характер этих точек, используя достаточные условия экстремума. Для этого находим частные производные второго порядка:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6x, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -3, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 6y.$$

В каждой стационарной точке найдем значение $\Delta = AC - B^2$.

Для точки $M_0(0,0)$ имеем:

$$A=0, \quad B=-3, \quad C=0, \quad \Delta=-9 < 0.$$

Следовательно, экстремума в т. $M_0(0,0)$ нет. Для точки $M_1(1,1)$ $\Delta = 6 \cdot 6 - 9 = 36 - 9 = 27 > 0$, $A = 6 > 0$. Следовательно, в т. $M_1(1,1)$ функция имеет минимум, равный $z_{\min} = 1 + 1 - 3 = -1$.

Модуль 5 «Интегральное исчисление»

Тема 1. Понятие неопределённого интеграла, его свойства и методы интегрирования

Решение задач по теме: № 10.28-10.52; 10.75-86.

№ 10.107-10.121; 10.133-10.134. № 10.146-10.157.

Примеры.

1. $\int \sin x d(\sin x)$ после замены $\sin x = t$ становится равным $\int t dt = \frac{t^2}{2} + C$,
 $\int \sin x d(\sin x) = \frac{\sin^2 x}{2} + C$
 где $t = \sin x$, следовательно,
2. $\int \sin x \cos x dx$ сводится к предыдущему, если заметить, что $d(\sin x) = (\cos x) dx$.
3. $\int \frac{tg^3 x dx}{\cos^2 x} = \frac{u^4}{4} + C$, где $u = tg x$, поэтому
 $\int \frac{tg^3 x dx}{\cos^2 x} = \int tg^3 x d(tgx) = \frac{tg^4 x}{4} + C$

Пример

$$\int x \sin 2x dx = \left| \begin{array}{l} u = x, du = dv \\ dv = \sin 2x dx, v = \int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{2} \end{array} \right| = -\frac{x \cos 2x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C.$$

Пример

$$\int \arccos x dx = \left| \begin{array}{l} u = \arccos x, du = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \\ dv = dx, v = x \end{array} \right| = x \arccos x + \int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$= x \arccos x - \frac{1}{2} \int \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} = x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C.$$

Тема 2. Понятие определенного интеграла, его свойства и методы интегрирования

Решение задач по теме: № 254-265, № 11.1-11.6., № 272-283, № 11.7-11.23.

Пример

$$\int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 = \frac{2}{3} - 0 = \frac{2}{3}$$

Пример

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

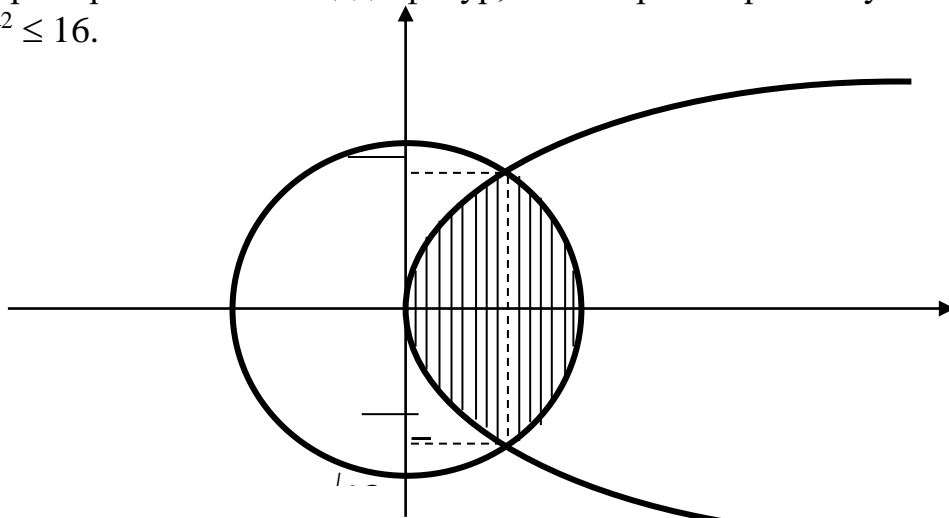
Пример

$$\begin{aligned} \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx &= \left| \begin{array}{l} u = \ln(x+1), du = \frac{dx}{x+1} \\ dv = dx, v = x \end{array} \right| = \\ &= x \cdot \ln(x+1) \Big|_0^{e-1} - \int_0^{e-1} \frac{x dx}{x+1} = (e-1) - \left[x - \ln(x+1) \right] \Big|_0^{e-1} = (e-1) - \\ &- (e-1) + 1 = 1. \end{aligned}$$

Тема 3. Приложения определённого интеграла.

Решение задач по теме: № 290-297, № 11.36-11.44.

Пример . Найти площадь фигур, на которые парабола $y^2 = 6x$ делит круг $x^2 + y^2 \leq 16$.



Найдем площадь заштрихованной фигуры. Уравнение правой части

окружности: $x = \sqrt{16 - y^2}$, уравнение параболы: $x = \frac{y^2}{6}$.

Фигура (D): $\begin{cases} -\sqrt{12} \leq y \leq \sqrt{12} \\ \frac{y^2}{6} \leq x \leq \sqrt{16 - y^2} \end{cases}$, следовательно,

$$\begin{aligned} S &= \int_{-\sqrt{12}}^{\sqrt{12}} \left(\sqrt{16 - y^2} - \frac{y^2}{6} \right) dy = \left(\frac{y\sqrt{16 - y^2}}{2} + 8 \arcsin \frac{y}{4} \right) \Big|_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} - \frac{y^3}{18} \Big|_{-\sqrt{12}}^{\sqrt{12}} = \\ &= 2\sqrt{3} + 8 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{12\sqrt{12}}{18} + 2\sqrt{3} - 8 \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{12\sqrt{12}}{8} = \\ &= 4\sqrt{3} + 8 \cdot \frac{2\pi}{3} - \frac{4\sqrt{12}}{3} = 4\sqrt{3} + \frac{16\pi}{3} - \frac{8\sqrt{3}}{3} = \left(4 - \frac{8}{3} \right) \sqrt{3} + \frac{16\pi}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{16\pi}{3}. \end{aligned}$$

Площадь незаштрихованной части равна:

$$S_2 = 16\pi - \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{16\pi}{3} = \frac{32\pi}{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов (СРС) является неотъемлемой составляющей образовательного процесса в высшем учебном заведении. Основные цели СРС – освоение в полном объёме основной образовательной программы и последовательная выработка навыков эффективной самостоятельной деятельности.

Для лучшего понимания теоретического материала и усвоения практического содержания учебной дисциплины Высшая математика в результате самостоятельной работы студент должен:

- научиться элементарным навыкам использования программ Mathematica, MatLab, MathCad при расчетах и поиске нужной информации;
- научиться элементарным навыкам использования интерактивного инструмента MathType, который позволяет студентам создавать математические формулы для расчётов и избежать трудоёмких вычислений;
- создавать и использовать математические таблицы, пользоваться математическими справочниками и интернет-ресурсами;
- научиться использовать цифровые программы myquiz, Lecture Racing Teacher, Google формы для проверки лучшего усвоения знаний, формирования заявленных умений и навыков; использовать учебную доску Jam board для демонстрации своих умений;
- при подготовке презентаций по отдельным темам использовать MS Power Point, Prezi и другие;
- уметь систематизировать материал, правильно его обрабатывать и с пользой хранить;
- использовать в своей учебной и научной деятельности рациональные приемы организации труда;
- уметь пользоваться базами компьютерных данных;
- понимать свою ответственность за результаты учебы.

Самостоятельная работа по данному учебному курсу включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям и практическим занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с модульно-тематическим планом;
- подготовку к практикам и выполнение заданий, предусмотренных практиками;
- выполнение заданий в цифровых программах myquiz, Lecture Racing Teacher и Google формах;

- выполнение трудоёмких математических расчётов с использованием интерактивного инструмента MathType;
- выполнение аудиторных и домашних контрольных расчетных работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе текущим по модулям и промежуточным экзамену и зачёту.

Примерный вариант контрольной работы по линейной алгебре.

1. Совместна ли однородная система и почему?

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 0 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Перемножить и сложить матрицы, если это возможно

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

4. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = -2 \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = -12 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 2x_4 - x_5 = -1 \end{cases}$$

6. Предприятие производит 3 вида продукции, используя 2 вида ресурсов. Норма затрат i -го вида на производство j -го типа задана матрицей затрат A , выпуск продукции за квартал – матрицей X , стоимость единицы каждого вида ресурсов задана матрицей P . Найти: а) матрицу S – полных затрат ресурсов каждого вида; б) матрицу Q – полную стоимость всех затраченных

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}$$

ресурсов, если

Примерный вариант контрольной работы по элементам векторной алгебры и аналитической геометрии.

1. Проверить коллинеарность векторов \vec{c}_1 и \vec{c}_2 , разложенных по базису \vec{a} и \vec{b} . $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (3, 0, -1)$, $\vec{c}_1 = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{c}_2 = 3\vec{b} - \vec{a}$.
2. Найти косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} .
 $A(1, -2, 3)$, $B(0, -1, 2)$, $C(3, -4, 5)$.
3. Даны координаты вершин некоторого $\triangle ABC$. $A(7, 1)$, $B(-5, -4)$, $C(-9, -1)$.
Найти: а) длину стороны BC ; б) уравнение стороны BC ; в) уравнение высоты, проведенной из вершины A ; г) уравнение медианы, проведенной из вершины A ; д) уравнение прямой, проведенной через вершину A параллельно стороне BC ; е) угол A .
4. Найти каноническое уравнение эллипса и построить кривую, если известно, что эллипс проходит через точки $M(4, 0)$ и $N(-2, 3)$.

Примерный вариант контрольной работы по дифференциальному исчислению

1. Вычислить пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 2x + 7}{3x^3 - 5x + 2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 6}$,

в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2} - 2}{\sqrt{x+1} - 2}$, г) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{tg} 3x \cdot \operatorname{ctg}^2 2x$, д) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 5)^{\frac{2x}{x-3}}$.

2. Найти производные от функций:

а) $y = \frac{3}{\sqrt[3]{x^3 + 3x + 1}} - 2\sqrt{6x + 5}$, б) $y = \cos 2x \cdot \sin^2 x$, в) $y = \ln \operatorname{arctg} x$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$. $f(x) = \frac{x - 3}{x^2 + 7}$, $a = 2$, $b = 8$.

2. Найти предельную выручку для функции $R(x) = 50x - 2x^3(\sqrt{x} + 1)$.

3. Спрос на некоторый товар зависит от цены p следующим образом:

$D(p) = \frac{100}{\sqrt{p}} - \frac{1}{4}$. Найти скорость изменения спроса, если цена $p = 100$.

4. Найти эластичность функции спроса

$3p + 4x = 120$ в точках $p = 15$ и $p = 20$.

При каких значениях p спрос является эластичным?

Примерный вариант контрольной работы по интегральному исчислению

- 1) $\int (3^x + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x}) dx$; 2) $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 7}}$; 3) $\int \ln(x-3) dx$; 4) $\int \frac{xdx}{(x-2)(x-3)}$
- 5) $\int_{2\pi}^{3\pi} x \cdot \sin x dx$; 6) $\int_1^3 x^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$; 7) $\int_1^e \ln x dx$
- 8) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2$; $y=0$; $x=3$.

9. Функция предельных издержек имеет вид: $C'(x) = 50 + 0,02x$.

Найти функцию издержек, если фиксированные издержки составляют 2500 руб. в месяц.

10. Функция предельного дохода некоторого предприятия имеет вид: $R'(x) = 20 - 0,02x$. Найти функцию дохода. Каково уравнение спроса?

11. Распределение дохода в некоторой стране определяется кривой Лоренца: $y = 0,87x^2 + 0,13x$. Какую часть дохода получают 8% наиболее низко оплачиваемого населения? Посчитать коэффициент неравномерности распределения совокупного дохода.

Вопросы для подготовки к зачету по разделу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия».

1. Определители и их свойства. Понятие минора и алгебраического дополнения.
2. Решение систем трех уравнений с тремя неизвестными методом Крамера.
3. Матрицы и их разновидности. Алгебра матриц.
4. Основные свойства операций над матрицами.
5. Элементарные преобразования матриц. Понятие канонической матрицы.
6. Невырожденные матрицы. Понятие присоединенной матрицы.
7. Ранг матрицы, его свойства. Ранг канонической матрицы.
8. Система линейных алгебраических уравнений. Матричная форма системы. Понятие расширенной матрицы, определенной и неопределенной, а так же совместной и несовместной системы.
9. Теорема Кронекера-Капелли.
10. Решение невырожденных линейных систем матричным способом.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Системы линейных однородных уравнений.
13. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
14. Понятие скалярной и векторной величины. Орт вектора.
15. Линейные операции над векторами.
16. Разложение вектора по ортам координатных осей. Выражение скалярного произведения через координаты.
17. Понятие N-мерного вектора и векторного пространства, его размерности и базиса.

18. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства векторов линейного пространства.
19. Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
20. Линейная модель обмена (модель международной торговли)
21. Основные приложения метода координат на плоскости. Декартова и полярная система координат.
22. Уравнение линии на плоскости. Нахождение точки пересечения двух линий. Общее уравнение прямой.
23. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
24. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
25. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
26. Уравнение прямой в отрезках.
27. Угол между двумя прямыми и условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
28. Расстояние от точки до прямой.
29. Понятие и общее уравнение кривых второго порядка. Привести примеры.
30. Каноническое уравнение окружности и ее свойства.
31. Каноническое уравнение эллипса и его свойства. Понятие эксцентриситета и фокального радиуса эллипса.
32. Каноническое уравнение гиперболы и ее свойства. Понятие эксцентриситета, фокального радиуса и асимптот гиперболы.
33. Каноническое уравнение параболы и ее свойства. Понятие эксцентриситета и фокального радиуса параболы.
34. Комплексные числа. Формы записи комплексных чисел. Применение комплексных чисел.
35. Действия над комплексными числами.
36. Формула Муавра.
37. Порядок извлечения корня из комплексного числа.

Вопросы для подготовки к зачету по разделу «Дифференциальное исчисление».

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Абсолютная величина. Понятие окрестности точки.
3. Функция. Способы задания функций. Обратная функция.
4. Основные свойства функций.
5. Основные элементарные функции и их графики.
6. Предел числовой последовательности.
7. Свойства пределов последовательности. Теорема Вейерштрасса.
8. Предел функции. Геометрический смысл предела функции.
9. Основные теоремы о пределах.
10. Понятие бесконечно большой и бесконечно малой функции.
11. Теоремы о сумме, произведении и частном бесконечно малых функций.

12. Теорема о пределе промежуточной функции (принцип 2-х милиционеров).
13. Определенные и неопределенные выражения.
14. Первый замечательный предел.
15. Второй замечательный предел. Основные формы 1-ого и 2-ого замечательных пределов.
16. Непрерывность функции в точке.
17. Основные теоремы о непрерывных функциях.
18. Точки разрыва функции и их классификация.
19. Приращение функции.
20. Понятие производной функции и ее геометрический смысл.
21. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
22. Правила дифференцирования функций.
23. Производная от сложной функции.
24. Дифференциал функции. Основные теоремы о дифференциалах. Геометрический смысл дифференциала.
25. Понятие экстремумов функций.
26. Теоремы о дифференцируемых функциях.
27. Теорема Лагранжа о конечных приращениях.
28. Правило Лопиталя.
29. Общая схема исследования функции и построения графика (на конкретном примере).

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Абсолютная величина. Понятие окрестности точки.
3. Функция. Способы задания функций. Обратная функция.
4. Основные свойства функций.
5. Основные элементарные функции и их графики.
6. Предел числовой последовательности.
7. Свойства пределов последовательности. Теорема Вейерштрасса.
8. Предел функции. Геометрический смысл предела функции.
9. Основные теоремы о пределах.
10. Понятие бесконечно большой и бесконечно малой функции.
11. Теоремы о сумме, произведении и частном бесконечно малых функций.
12. Теорема о пределе промежуточной функции (принцип 2-х милиционеров).
13. Определенные и неопределенные выражения.
14. Первый замечательный предел.
15. Второй замечательный предел. Основные формы 1-ого и 2-ого замечательных пределов.
16. Непрерывность функции в точке.

17. Основные теоремы о непрерывных функциях.
18. Точки разрыва функции и их классификация.
19. Приращение функции.
20. Понятие производной функции и ее геометрический смысл.
21. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
22. Правила дифференцирования функций.
23. Производная от сложной функции.
24. Дифференциал функции. Основные теоремы о дифференциалах. Геометрический смысл дифференциала.
25. Понятие экстремумов функций.
26. Теоремы о дифференцируемых функциях.
27. Теорема Лагранжа о конечных приращениях.
28. Правило Лопиталя.
29. Общая схема исследования функции и построения графика (на конкретном примере).
30. Необходимое и достаточное условия существования функции 2-х переменных.
31. Нахождение экстремумов функции 2-х переменных.
32. Предельный анализ экономических процессов
33. Применение производных в задачах с экономическим содержанием
34. Понятие неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла.
35. Основные методы интегрирования неопределенного интеграла.
36. Интегрирование тригонометрических функций.
37. Определенный интеграл. Теорема Коши о существовании определенного интеграла.
38. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
39. Формула Ньютона-Лейбница.
40. Основные свойства определенного интеграла.
41. Основные методы интегрирования определенного интеграла.
42. Приложения определенного интеграла.
43. Использование понятия определённого интеграла

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение

Основная литература

1. Павлюченко, Ю. В. Высшая математика для гуманитарных направлений : учебник и практикум для вузов / Ю. В. Павлюченко, Н. Ш. Хассан, В. И. Михеев. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18373-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/534875>

2.Седых, И. Ю. Высшая математика для гуманитарных направлений : учебник и практикум для вузов / И. Ю. Седых, Ю. Б. Гребенщиков, А. Ю. Шевелев. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 443 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04161-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536265>

3.Дорофеева, А. В. Высшая математика для гуманитарных направлений : учебник для бакалавров / А. В. Дорофеева. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 400 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-2641-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/535164> .

Дополнительная литература

1. Шипачев, В. С. Дифференциальное и интегральное исчисление : учебник и практикум для вузов / В. С. Шипачев. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 212 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04282-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/538769>.

2. Введение в высшую математику: учебник и практикум для вузов / М. Б. Хрипунова [и др.]; под общей редакцией М. Б. Хрипуновой, И. И. Цыганок. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-15087-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/536442>.

3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/541918> .

Программное обеспечение и интернет-ресурсы:

Электронно-библиотечные системы - www.iprbooks.ru, <https://urait.ru>

Свободно распространяемые программы Mathematica, MatLab, MathCad.
интерактивный инструмент MathType

http://www.webmath.ru/poleznoe/formules_6_1.php

http://www.webmath.ru/poleznoe/formules_6_9.php

http://www.webmath.ru/poleznoe/formules_6_10.php

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Основными видами учебных занятий являются лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Технология обучения носит преимущественно традиционный характер с элементами компьютеризации в основном для презентаций лекционного материала и тестирования студентов (при необходимости). Материально-техническое обеспечение дисциплины – классическая доска, аудитория для самостоятельной работы студентов, читальный зал и библиотека. Учебная аудитория в соответствии с расписанием, для тестирования при необходимости - компьютер, оснащенный типовым пакетом системного и офисного ПО, в соответствии с Реестром материально-технического обеспечения Университета управления "ТИСБИ" и реестром программного обеспечения.

8. Оценка компетенций по изучаемой дисциплине

Для оценки компетентности рекомендуется использовать рейтинговую оценку знаний, умений и навыков студента по окончании изучения каждого Модуля в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации образовательного процесса. Итоговая оценка (в баллах) складывается из баллов, набранных по каждому Модулю (семестровая оценка) и баллов, набранных, непосредственно на экзамене (зачете).

Расчет набранных баллов по дисциплине осуществляется в следующей последовательности:

$$C = \frac{K_1 + K_2 + \dots + K_n}{n} \times 0,6$$
, где К – количество баллов по модулю; n – количество модулей

$$З = К \times 0,4$$
, где К - количество баллов на экзамене (зачете);

$$И = C + З + П$$
, где П – поощрительные баллы (от 1 до 5).

Уровень сформированности компетенций и их основные признаки оцениваются по следующим таблицам:

Оценка уровня сформированности компетенции УК-1
«СПОСОБЕН ОСУЩЕСТВЛЯТЬ ПОИСК, КРИТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ИНФОРМАЦИИ. ПРИМЕНЯТЬ СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПОСТАВЛЕННЫХ ЗАДАЧ»

№ п/п	Уровни сформированности компетенции	Основные признаки уровня	Инструменты оценки сформированности уровня
1	Пороговый уровень (как минимально допустимый) (от 60 до 70 баллов)	<ul style="list-style-type: none"> - Знает основной математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации на уровне запоминания; - умеет осуществлять поиск информации для решения поставленной задачи, опираясь на описанные действия, подсказки; делает по образцу 	<p>Модульные срезы ЗУВ, Домашняя контрольная работа, Зачет и экзамен</p> <p>Цифровые инструменты myquiz и/или Lecture Racing Teacher для проверки сформированности ЗУВов.</p>
2	Базовый уровень (относительно порогового уровня) (От 71 до 85 баллов)	<ul style="list-style-type: none"> - Знает основной математический инструментарий для сбора, анализа и систематизации информации на уровне воспроизведения и применения инструментария в ранее рассмотренных типовых ситуациях - анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, применяет системный подход при решении задач - умеет осуществлять поиск информации для решения поставленной задачи на уровне запоминания, воспроизведения, применяет информацию в ранее рассмотренных типовых ситуациях с использованием цифровых инструментов. 	<p>Модульный срез знаний, умений, навыков</p> <p>Домашняя контрольная работа</p> <p>Зачет и экзамен</p> <p>Цифровые инструменты myquiz и/или Lecture Racing Teacher для проверки сформированности ЗУВов.</p>
3	Повышенный уровень (относительно порогового уровня) (От 86 до 100 баллов)	<ul style="list-style-type: none"> - Знает основной математический инструментарий для поиска, сбора, критического анализа и синтеза информации при решении задач - умеет определять, интерпретировать, ранжировать информацию, требуемую для решения поставленной задачи - умеет осуществлять поиск информации с использованием 	<p>Модульный срез знаний, умений, навыков</p> <p>Домашняя контрольная работа</p> <p>Зачет и экзамен</p> <p>Цифровые инструменты myquiz и/или Lecture Racing Teacher для проверки сформированности ЗУВов.</p>

		<p>цифровых технологий для решения поставленной задачи по различным типам запросов</p> <ul style="list-style-type: none"> - умеет применять приобретённые математические знания и умения в нестандартных ситуациях -рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая её достоинства и недостатки - умеет применять системный подход при решении задач 	
--	--	---	--

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Студентам на первом занятии необходимо ознакомиться с Рабочей программой дисциплины, где прописаны цели, задачи и трудоемкость дисциплины. Перед началом изучения дисциплины необходимо повторить учебный материал, изучаемый в школьном курсе алгебры и геометрии, которые дают основу для изучения дисциплины Высшая математика.

На первом занятии проводится входное тестирование студентов, для определения уровня математической подготовки обучающихся, после чего, возможна корректировка процесса обучения в соответствии с общим уровнем подготовки студентов. По результатам входного тестирования организуются группы подтягивания по математической подготовке, для устранения пробелов школьной программы и понятия качества образовательного процесса.

Затем необходимо ознакомиться с порядком изучения дисциплины, т.е. модульно-тематическим планом и пояснительной запиской с указанием этапов формирования заявленных компетенций.

И, наконец, ознакомиться с порядком оценивания результатов обучения, для чего необходимо изучить следующие документы: Положение о модульно-рейтинговой системе оценивания и Принципы оценки уровня знаний, умений и навыков (характеристика ответа).

Студент должен внимательно изучить перечень основной (дополнительной) литературы и работать с ней через личный кабинет электронной библиотеки, в соответствии со ссылками в рабочей программе.

Для плодотворной и эффективной работы студенту необходимо на электронное устройство скачать цифровые приложения myquiz и Lecture Racing Teacher для прохождения проверки сформированности ЗУВов. Данные инструменты будут использованы на практических занятиях и эффективны для самоконтроля. Для автоматизации трудоёмких вычислений использовать программы Mathematica, MatLab, MathCad, а также использовать интерактивный инструмент MathType при создании математических формул для расчётов. Большое внимание уделяется решению задач методами, основанными на изложенной теории. Кроме того, студентам для самостоятельной работы предлагается изучить отдельные темы, упражнения и задачи, решение которых необходимо для приобретения компетенций, а потом пройти самоконтроль с помощью цифровых приложений myquiz и/или Lecture Racing Teacher.

Основными видами учебных занятий для студентов по данному курсу учебной дисциплины являются: лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Самостоятельная работа студентов

является составной частью их учебной работы и имеет целью закрепление и углубление полученных знаний, умений и навыков, поиск и приобретение новых знаний.

Самостоятельная работа студентов включает в себя освоение теоретического материала на основе лекций, основной и дополнительной литературы; подготовку к семинарским занятиям в индивидуальном и групповом режиме. Рекомендации по самостоятельной работе с точки зрения использования литературы, времени, глубины проработки темы, какие цифровые инструменты и программы использовать для самоконтроля своих умений и навыков и др., а также контроль за самостоятельной работой студента осуществляется во время семинарских занятий.

Целью преподавателя является стимулирование самостоятельного, углублённого изучения материала курса, хорошо структурированное, последовательное изложение теории на лекциях, отработка навыков решения задач и системного анализа ситуаций на семинарских занятиях, контроль знаний студентов.

При подготовке к семинарским занятиям и выполнении контрольных заданий студентам следует использовать литературу из приведенного в данной программе списка, а также руководствоваться указаниями и рекомендациями преподавателя.

Перед каждым семинарским занятием студент изучает план практического занятия, знакомится со списком литературы и домашним заданием.

Студенту рекомендуется следующая схема подготовки к практическим занятиям и выполнению домашних заданий:

- проработать конспект лекций;
- проанализировать основную и дополнительную литературу, рекомендованную по изучаемому разделу (модулю);
- разобрать решения типовых задач;
- решить заданные домашние задания и пройти самоконтроль с применением цифровых инструментов *muquiz* и/или *Lecture Racing Teacher*;
- при затруднениях сформулировать вопросы к преподавателю.

В конце каждого практического занятия студенты получают «домашнее задание» для закрепления пройденного материала. Домашние задания необходимо выполнять к каждому практическому занятию. Сложные вопросы и задачи можно вынести на обсуждение на практику или на индивидуальные консультации. Контрольные работы состоят из вопросов и задач, аналогичным задачам домашних заданий. Они оцениваются по 100 балльной системе в соответствии с Положением о модульно-рейтинговой системе организации учебного процесса и оценки успеваемости студентов, и выполняются в учебные часы по расписанию в виде письменного решения

индивидуальных контрольных заданий. Выше по разделам приводились примерные варианты контрольных заданий.

Для более глубокого освоения дисциплины студентам рекомендуется больше решать задач из базового учебного пособия и задачника с тестами из списка основной литературы, а так же использовать цифровые приложения myquiz и Lecture Racing Teacher для самоконтроля.

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УНИВЕРСИТЕТ УПРАВЛЕНИЯ «ТИСБИ»

Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации
по дисциплине
«Высшая математика»

Направление	44.03.02 Туризм
Профиль	Технология и организация туристских и экскурсионных услуг
Год набора	2023, 2024, 2025

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Наполнение фонда оценочных средств по формам контроля
 - 2.1 Фонд оценочных средств и шкала оценивания для текущего контроля.
 - 2.1.1 Домашняя контрольная работа
 - 2.1.2 Модульный срез знаний, умений и владений
 - 2.2 Фонд оценочных средств и шкала оценивания для промежуточного контроля.
 - 2.2.1 Фонд оценочных средств для проверки знаний и умений (вопросы к зачету и экзамену)
 - 2.2.2 Фонд оценочных средств для проверки сформированности навыков (задачи к зачету и экзамену)

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

<div> <div>Формы контроля</div> <div>Формируемые компетенции и их индикаторы</div> </div>	УК-1	
	УК-1.1	УК-1.2.
Формы текущего контроля		
Домашняя контрольная работа	3.3 У.3 В.3	У.7
Модульный срез знаний, умений, навыков (контрольная работа)	3.3 У.3 В.3	У.7
Формы промежуточного контроля		
зачет	3.3 У.3 В.3	У.7
экзамен	3.3 У.3 В.3	У.7

З- знания, У- умения, В- владения

2. Наполнение фонда оценочных средств по формам контроля.

2.1 Фонд оценочных средств и шкала оценивания для текущего контроля

2.1.1. Домашняя контрольная работа

Контрольная работа используется для текущего контроля умений и навыков студентов. После прохождения каждого модуля студенты выполняют домашнюю контрольную работу по разделам дисциплины: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия, Дифференциальное исчисление, Интегральное исчисление. В целях освоения умений и навыков по дисциплине для написания контрольной работы студенты дома и на практических занятиях отрабатывают навыки техники вычисления определителей, пределов, производных, интегралов функции и т.д., в соответствии с разделами по которым пишется контрольная работа. Каждому студенту выдается индивидуальный вариант контрольной работы. Контрольная работа оформляется в отдельной тетрадке и сдается преподавателю. Оценивается в соответствии с Положением о МРС университета.

Типовой вариант контрольной работы по линейной алгебре

1. Чему равен определитель, если у него две строки пропорциональны?

Что называют «минором» элемента матрицы?

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Перемножить и сложить матрицы, если это возможно

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x^1 + x^2 + x^3 = 2 \\ x^1 + 3x^2 + x^3 = 5 \\ x^1 + x^2 + 5x^3 = -7 \\ 2x^1 + 3x^2 - 3x^3 = 14 \end{cases}$$

6. Предприятие производит 3 вида продукции, используя 2 вида ресурсов. Норма затрат i -го вида на производство j -го типа задана матрицей затрат A , выпуск продукции за квартал – матрицей X , стоимость единицы каждого вида ресурсов задана матрицей P . Найти: а) матрицу S – полных затрат ресурсов каждого вида; б) матрицу Q – полную стоимость всех затраченных

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}, P = (1 \quad 3)$$

ресурсов, если

Типовой вариант контрольной работы по аналитической геометрии

1. Найти уравнение прямой, отсекающей по оси Oy отрезок = 5 и наклоненной к оси Ox под углом 135° .

2. Написать уравнение прямой в отрезках и начертить ее: $4x - 2y + 3 = 0$.
3. Найти уравнение прямой, проходящей через т. (2, -3) параллельно прямой, соединяющей точки (1,2) и (-1, -5).
4. Через точку пересечения прямых $x - y + 3 = 0$ и $2x + 3y - 11 = 0$ провести прямую параллельную прямой $5x - 4y + 17 = 0$.
5. Даны вершины треугольника A(2,1), B(0,7) C (-4,-1). Записать уравнение медианы, опущенной из вершины A.
6. Разделить отрезок АВ точкой М в отношении $\lambda = 5$, т. А (1,2) т. В (4,5). Найти координаты т.М.
7. Определить координаты центра и радиус окружности: $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$.
8. Составить уравнение эллипса, зная что малая полуось = 2, а расстояние между фокусами равно 6.
9. Составить уравнение гиперболы, зная что расстояние между фокусами =14, а между вершинами =12.
10. Парабола симметрична относительно оси Ox , проходит через т. (2, -4), вершина в начале координат. Записать уравнение параболы.

Типовой вариант контрольной работы по дифференциальному исчислению

1. Вычислить пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - x^2 + x}{x^5 - 2}$, б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + x - 21}$,

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1 + 3x^2} - 2}{x^2 - x}$, г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arcsin 3x}$,

д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2)[\ln(2x - 3) - \ln(2x + 1)]$.

2. Найти производные от функций:

а) $y = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$, б) $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$,

в) $y = 5^{\arctg^2 x}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.

$$f(x) = x^3 - 12x + 7, a = 0, b = 3.$$

4. Установить является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений x . В случае разрыва функции найти односторонние пределы и сделать схематический чертеж.

$$y = 7^{\frac{1}{x-1}}, x_1 = 1, x_2 = 4.$$

5.. Найти предельную выручку для функции $R(x) = 50x - 2x^3(\sqrt{x} + 1)$.

6. Спрос на некоторый товар зависит от цены p следующим образом:

$$D(p) = \frac{100}{\sqrt{p}} - \frac{1}{4}. \text{ Найти скорость изменения спроса, если цена } p=100.$$

7. Найти эластичность функции спроса

$$3p + 4x = 120 \text{ в точках } p=15 \text{ и } p=20.$$

При каких значениях p спрос является эластичным?

Типовой вариант контрольной работы по интегральному исчислению

$$1) \int (3^x + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x}) dx; \quad 2) \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+7}}; \quad 3) \int \ln(x-3) dx; \quad 4)$$

$$\int \frac{xdx}{(x-2)(x-3)}$$

$$5) \int (\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}}) dx; \quad 6) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{3-2x^3}}; \quad 7) \int x \ln(7-x) dx; \quad 8) \int \frac{x+2}{(x-3)(x+1)} dx$$

Вычислить определенные интегралы:

$$9) \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$$

$$10) \int_2^3 \frac{2x^4 - 5x^2 + 3}{x^2 - 1} dx.$$

11) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2$; $y=0$; $x=3$.

12. Функция предельных издержек имеет вид: $C'(x) = 50 + 0,02x$.

Найти функцию издержек, если фиксированные издержки составляют 2500 руб. в месяц.

13. Функция предельного дохода некоторого предприятия имеет вид: $R'(x) = 20 - 0,02x$. Найти функцию дохода. Каково уравнение спроса?

14. Распределение дохода в некоторой стране определяется кривой Лоренца: $y = 0,87x^2 + 0,13x$. Какую часть дохода получают 8% наиболее низко оплачиваемого населения? Посчитать коэффициент неравномерности распределения совокупного дохода.

Критерии оценивания домашней контрольной работы

Результат выполнения контрольной работы студентом оценивается в баллах. Оценка письменного ответа студента по результатам контрольной работы производится по 100 балльной системе. Каждое из заданий оценивается в равных долях, исходя из их количества. То есть, если всего пять заданий, то они оцениваются по 20 баллов, если 10 заданий, то по 10 баллов. Если методика и техника вычисления верные, а допущена техническая ошибка в расчетах, то снижается по 2-3 балла с каждого задания.

Работа не зачитывается вообще (ставится 0 баллов), если приведены только конечные ответы (даже если они правильные), без хода решения и расчётов.

2.1.2. Модульный срез знаний, умений и навыков

После прохождения каждого модуля студенты выполняют аудиторную контрольную работу по разделам дисциплины: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия, Дифференциальное исчисление, Интегральное исчисление. Данная контрольная работа аналогична домашней контрольной работе, только еще проверяет сформированность знаний, т.е. содержит помимо практических заданий еще один теоретический вопрос по теме раздела. Время выполнения – одна пара (2 часа). Студент, не присутствующий на данной паре, обязан написать данный Модуль в свободное от занятий время, по согласованности с преподавателем. Студент, не сдавший хотя бы один из модулей по разделам, не допускается к сдаче зачета или экзамена по данной дисциплине.

Использование цифровых программ при модульном срезе ЗУВов.

Модуль по Линейной алгебре и Неопределённым интегралам проводится в цифровых приложениях myquiz и Lecture Racing Teacher (по отдельным темам). Студенты заранее скачивают на свои цифровые устройства два приложения myquiz и Lecture Racing Teacher, преподаватель заранее составляет по темам модуля задание, дает ссылку студентам и проверяет сформированность отдельных частей компетенции. Результаты оценивания срезов автоматически обрабатываются в процентном соотношении сразу же он-лайн в программе и сопоставляются в процентном соотношении с критериями, указанными ниже по модульному срезу в соответствии с табличкой Положения о модульно-рейтинговой оценке успеваемости студентов.

Критерии оценивания модульного среза

Результат выполнения контрольной работы студентом оценивается в баллах. Оценка письменного ответа студента по результатам контрольной работы производится по 100 балльной системе. Если задания решены полностью и ответ верный, то за первые три задания ставится по 10 баллов,

за четвертое и пятое задание ставится по 20 баллов, и за шестое задание ставится 30 баллов. Итоговый балл снижается на 1-3 балла, если выбран не оптимальный ход решения, снижение итогового балла допускается так же, если студент не довел ответ до конца (не сократил, не свернул математическое выражение и т.д.).

Работа не зачитывается вообще (ставится 0 баллов), если приведены только конечные ответы (даже если они правильные), без хода решения и расчетов.

Результат	Балл
Студент логично и последовательно отвечает на теоретический вопрос. Дает развернутый ответ с практическими примерами. Все практические задания решены верно. Могут быть неточности в конечном приведенном ответе практических заданий.	100-86
Студент демонстрирует частичное понимание сути теоретического вопроса, привести примеры по теоретическому вопросу не может. В решении практических заданий допущены ошибки. Не расписаны формулы, по которым приведены решения задач.	85-71
Теоретический вопрос не освещен, допущено множество ошибок в решении практических заданий, вычисления не верные.	70-60
Студент демонстрирует непонимание теоретического вопроса, отвечает с наличием грубых ошибок либо не отвечает на теоретический вопрос вообще. Практические задания решены не верно.	Менее 60
Приведены только конечные ответы (даже если правильные), без хода решения	0

2.2 Фонд оценочных средств и шкала оценивания для промежуточного контроля

2.2.1 Фонд оценочных средств для проверки знаний/умений Примерные вопросы для подготовки к зачету 1 семестр

1. Определители и их свойства. Понятие минора и алгебраического дополнения.
2. Решение систем трех уравнений с тремя неизвестными методом Крамера.
3. Матрицы и их разновидности. Алгебра матриц.
4. Основные свойства операций над матрицами.
5. Элементарные преобразования матриц. Понятие канонической матрицы.

6. Невырожденные матрицы. Понятие присоединенной матрицы.
7. Ранг матрицы, его свойства. Ранг канонической матрицы.
8. Система линейных алгебраических уравнений. Матричная форма системы. Понятие расширенной матрицы, определенной и неопределенной, а так же совместной и несовместной системы.
9. Теорема Кронекера-Капелли.
10. Решение невырожденных линейных систем матричным способом.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Системы линейных однородных уравнений.
13. Понятие скалярной и векторной величины. Орт вектора.
14. Линейные операции над векторами.
15. Разложение вектора по ортам координатных осей. Выражение скалярного произведения через координаты.
16. Понятие N-мерного вектора и векторного пространства, его размерности и базиса.
17. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства векторов линейного пространства.
18. Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
19. Основные приложения метода координат на плоскости. Декартова и полярная система координат.
20. Уравнение линии на плоскости. Нахождение точки пересечения двух линий. Общее уравнение прямой.
21. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
22. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
23. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
24. Уравнение прямой в отрезках.
25. Угол между двумя прямыми и условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
26. Расстояние от точки до прямой.
27. Понятие и общее уравнение кривых второго порядка. Привести примеры.
28. Каноническое уравнение окружности и ее свойства.
29. Каноническое уравнение эллипса и его свойства. Понятие эксцентриситета и фокального радиуса эллипса.
30. Каноническое уравнение гиперболы и ее свойства. Понятие эксцентриситета, фокального радиуса и асимптот гиперболы.
31. Каноническое уравнение параболы и ее свойства. Понятие эксцентриситета и фокального радиуса параболы.
32. Комплексные числа. Формы записи комплексных чисел. Применение комплексных чисел.
33. Действия над комплексными числами.
34. Формула Муавра.
35. Порядок извлечения корня из комплексного числа.

Примерные вопросы для подготовки к зачету 2 семестр

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Абсолютная величина. Понятие окрестности точки.
3. Функция. Способы задания функций. Обратная функция.
4. Основные свойства функций.
5. Основные элементарные функции и их графики.
6. Предел числовой последовательности.
7. Свойства пределов последовательности. Теорема Вейерштрасса.
8. Предел функции. Геометрический смысл предела функции.
9. Основные теоремы о пределах.
10. Понятие бесконечно большой и бесконечно малой функции.
11. Теоремы о сумме, произведении и частном бесконечно малых функций.
12. Теорема о пределе промежуточной функции (принцип 2-х милиционеров).
13. Определенные и неопределенные выражения.
14. Техника вычисления пределов. Раскрытие основных неопределённостей
15. Первый замечательный предел.
16. Второй замечательный предел. Основные формы 1-ого и 2-ого замечательных пределов.
17. Непрерывность функции в точке.
18. Основные теоремы о непрерывных функциях.
19. Точки разрыва функции и их классификация.
20. Приращение функции.
21. Понятие производной функции и ее геометрический смысл.
22. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
23. Правила дифференцирования функций.
24. Производная от сложной функции.
25. Дифференциал функции. Основные теоремы о дифференциалах. Геометрический смысл дифференциала.
26. Понятие экстремумов функций.
27. Теоремы о дифференцируемых функциях.
28. Теорема Лагранжа о конечных приращениях.
29. Правило Лопиталя.
30. Общая схема исследования функции и построения графика (на конкретном примере).

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Абсолютная величина. Понятие окрестности точки.
3. Функция. Способы задания функций. Обратная функция.
4. Основные свойства функций.
5. Основные элементарные функции и их графики.
6. Предел числовой последовательности.

7. Свойства пределов последовательности. Теорема Вейерштрасса.
8. Предел функции. Геометрический смысл предела функции.
9. Основные теоремы о пределах.
10. Понятие бесконечно большой и бесконечно малой функции.
11. Теоремы о сумме, произведении и частном бесконечно малых функций.
12. Теорема о пределе промежуточной функции (принцип 2-х милиционеров).
13. Определенные и неопределенные выражения.
14. Первый замечательный предел.
15. Второй замечательный предел. Основные формы 1-ого и 2-ого замечательных пределов.
16. Непрерывность функции в точке.
17. Основные теоремы о непрерывных функциях.
18. Точки разрыва функции и их классификация.
19. Приращение функции.
20. Понятие производной функции и ее геометрический смысл.
21. Теорема о непрерывности дифференцируемой функции.
22. Правила дифференцирования функций.
23. Производная от сложной функции.
24. Дифференциал функции. Основные теоремы о дифференциалах. Геометрический смысл дифференциала.
25. Понятие экстремумов функций.
26. Теоремы о дифференцируемых функциях.
27. Теорема Лагранжа о конечных приращениях.
28. Правило Лопиталя.
29. Общая схема исследования функции и построения графика (на конкретном примере).
30. Необходимое и достаточное условия существования функции 2-х переменных.
31. Нахождение экстремумов функции 2-х переменных.
32. Понятие неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла.
33. Основные методы интегрирования неопределенного интеграла.
34. Интегрирование тригонометрических функций.
35. Определенный интеграл. Теорема Коши о существовании определенного интеграла.
36. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
37. Формула Ньютона-Лейбница.
38. Основные свойства определенного интеграла.
39. Основные методы интегрирования определенного интеграла.
40. Приложения определенного интеграла.

2.2.2 Фонд оценочных средств для проверки умений/навыки

Примерные варианты задач к зачёту по разделу Линейная алгебра и аналитическая геометрия

1. Совместна ли однородная система и почему?

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & 0 & 7 \\ 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Перемножить и сложить матрицы, если это возможно

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

4. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = -2 \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = -12 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 2x_4 - x_5 = -1 \end{cases}$$

6. Предприятие производит 3 вида продукции, используя 2 вида ресурсов. Норма затрат i -го вида на производство j -го типа задана матрицей затрат A , выпуск продукции за квартал – матрицей X , стоимость единицы каждого вида ресурсов задана матрицей P . Найти: а) матрицу S – полных затрат ресурсов каждого вида; б) матрицу Q – полную стоимость всех затраченных

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}, P = (1 \quad 3)$$

ресурсов, если

5. Проверить коллинеарность векторов \vec{c}_1 и \vec{c}_2 , разложенных по базису \vec{a} и \vec{b} . $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (3, 0, -1)$, $\vec{c}_1 = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{c}_2 = 3\vec{b} - \vec{a}$.

6. Найти косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} .
 $A(1, -2, 3)$, $B(0, -1, 2)$, $C(3, -4, 5)$.

7. Даны координаты вершин некоторого $\triangle ABC$. $A(7, 1)$, $B(-5, -4)$, $C(-9, -1)$.

Найти: а) длину стороны ВС; б) уравнение стороны ВС; в) уравнение высоты, проведенной из вершины А; г) уравнение медианы, проведенной из вершины А; д) уравнение прямой, проведенной через вершину А параллельно стороне ВС; е) угол А.

8. Найти каноническое уравнение эллипса и построить кривую, если известно, что эллипс проходит через точки М(4,0) и N(-2,3).

Примерные варианты экзаменационных задач для проверки сформированности умений и навыков студентов

1. Вычислить производную сложной функции: $y = (e^{-x^2} + 5^{(1-\cos 2x)})$
2. Вычислить определённый интеграл $\int_{2\pi}^{3\pi} x \cdot \sin 3x dx$.
3. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 3x}$
4. Вычислить неопределённый интеграл $\int (\sin 10x + x^7 - \sqrt[3]{x}) dx$.
5. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^2 - 3x + 2$ на отрезке $[-10, 10]$.
6. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = 4 - x^2$ и $y = 0$
7. Найти частные производные третьего порядка от данной функции:
 $z = x^3 + x^2 y + y^3$.
8. Вычислить предел функции по правилу Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x \cdot \ln x}$
9. Вычислить определённый интеграл $\int_0^{\pi/4} \frac{x^2}{1+x^2} dx$.
10. Найти производную второго порядка от функции: $z = \frac{x^2}{2} + \sqrt[3]{x^2} + \sin x$.
11. Найти экстремум функции двух переменных:
12. $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$.
13. Найти частные производные первого порядка от функции:
 $z = 2x^3 \cdot y + \frac{1}{4} y^4 x^2 - \frac{1}{3} \sqrt[4]{x^3} \cdot y^3$.
14. Вычислить неопределённый интеграл $\int \frac{x+2}{\sqrt{x}} dx$.

15. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

16. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} * X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

17. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x^1 + x^2 + x^3 = 2 \\ x^1 + 3x^2 + x^3 = 5 \\ x^1 + x^2 + 5x^3 = -7 \\ 2x^1 + 3x^2 - 3x^3 = 14 \end{cases}$$

18. Проверить коллинеарность векторов \vec{c}_1 и \vec{c}_2 , разложенных по базису \vec{a} и \vec{b} . $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (3, 0, -1)$, $\vec{c}_1 = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{c}_2 = 3\vec{b} - \vec{a}$.

19. Найти косинус угла между векторами \vec{AB} и \vec{AC} .

$A(1, -2, 3)$, $B(0, -1, 2)$, $C(3, -4, 5)$.

20. Даны координаты вершин некоторого $\triangle ABC$. $A(7, 1)$, $B(-5, -4)$, $C(-9, -1)$.

Найти: а) длину стороны BC ; б) уравнение стороны BC ; в) уравнение высоты, проведенной из вершины A ; г) уравнение медианы, проведенной из вершины A ; д) уравнение прямой, проведенной через вершину A параллельно стороне BC ; е) угол A .

21. Найти каноническое уравнение эллипса и построить кривую, если известно, что эллипс проходит через точки $M(4, 0)$ и $N(-2, 3)$.

32. Предприятие производит 3 вида продукции, используя 2 вида ресурсов. Норма затрат i -го вида на производство j -го типа задана матрицей затрат A , выпуск продукции за квартал – матрицей X , стоимость единицы каждого вида ресурсов задана матрицей P . Найти: а) матрицу S – полных затрат ресурсов каждого вида; б) матрицу Q – полную стоимость всех затраченных

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 20 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \end{pmatrix}$$

ресурсов, если

33. Установить является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений x . В случае разрыва функции найти односторонние пределы и сделать схематический чертеж.

$$y = 7^{\frac{1}{x-1}}, x_1 = 1, x_2 = 4.$$

34. Найти предельную выручку для функции $R(x) = 50x - 2x^3(\sqrt{x} + 1)$.

35. Спрос на некоторый товар зависит от цены p следующим образом:

$$D(p) = \frac{100}{\sqrt{p}} - \frac{1}{4}. \text{ Найти скорость изменения спроса, если цена } p=100.$$

36. Найти эластичность функции спроса

$$3p + 4x = 120 \text{ в точках } p=15 \text{ и } p=20.$$

При каких значениях p спрос является эластичным?

37. Функция предельных издержек имеет вид: $C'(x) = 50 + 0,02x$.

Найти функцию издержек, если фиксированные издержки составляют 2500 руб. в месяц.

38. Функция предельного дохода некоторого предприятия имеет вид: $R'(x) = 20 - 0,02x$. Найти функцию дохода. Каково уравнение спроса?

39. Распределение дохода в некоторой стране определяется кривой Лоренца: $y = 0,87x^2 + 0,13x$. Какую часть дохода получают 8% наиболее низко оплачиваемого населения? Посчитать коэффициент неравномерности распределения совокупного дохода.

40. Записать комплексное число в алгебраической форме: $\frac{5+i}{(1+i)(2-3i)}$.

41. Возвести в степень комплексное число: $(\sqrt{3} + i)^{17}$.

42. Решить уравнение: $z^3 + i = 0$. Изобразить корни уравнения на комплексной плоскости.

43. Записать комплексное число в алгебраической форме: $\frac{3+i}{3-i} + \frac{3-i}{3+i}$.

44. Возвести в степень комплексное число: $(-1 + i\sqrt{3})^{60}$.

45. Решить уравнение: $z^4 - 16 = 0$. Изобразить корни уравнения на комплексной плоскости.

Критерии оценки уровня усвоения знаний, умений и навыков по результатам зачета

Характеристика ответа	Европейская оценка	Рубежные баллы	зачёт	Уровень сформированности компетенций
Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен математическим языком, логичен, доказателен с использованием примеров и цифровых инструментов. При ответе студент демонстрирует применение знаний при решении практических заданий, объясняет решение задачи, опираясь на определения, теоремы и аксиомы. Причем студент не затрудняется с ответом при видоизменении практического задания.	А	100-96	зачтено	Повышенный уровень сформированности компетенций
Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен математическим языком, логичен, доказателен с использованием примеров. Умеет тесно увязывать теорию с практикой. Практические задания решены правильно. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, теорем и определений, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	А	95-91	зачтено	
Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. В ответе допущены недочеты, исправленные студентом с помощью преподавателя. Задача решена верно, правильно обосновывается принятая методика решения задачи.	А	90-86	зачтено	
Студент владеет разносторонними навыками и				Б а з о в

приемами выполнения практических задач. Ответ на вопрос четко структурирован, логичен, изложен математическим языком. Могут быть допущены недочеты или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя. Все практические задания решены верно.	В	85-81	зачтено	
Ответ четко структурирован, логичен, изложен математическим языком. Студент владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. Ответы на дополнительные вопросы логичны, изложены в терминах науки, однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью "наводящих" вопросов преподавателя. С ошибками решена одна из практических задач.	С	80-76	зачтено	
Студент демонстрирует достаточные теоретические и практические знания. Дан полный, но недостаточно последовательный ответ на поставленный вопрос, но при этом показано умение решать практические задачи и логически мыслить. Могут быть допущены 1-2 ошибки в определении основных понятий или решении практической задачи, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.	С	75-71	зачтено	
Дан недостаточно полный и развернутый ответ на вопросы. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент не может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Математический аппарат развит слабо. Студент испытывает затруднения при выполнении практической задачи и не может связать теорию с практикой.	D	70-66	зачтено	Пороговый уровень сформированности компетенций
Логика и последовательность изложения материала имеют существенные нарушения. В ответе отсутствуют выводы. Математическая символика не используется. Студент испытывает затруднения при выполнении практических задач. Одна из задач не доведена до конца.	Е	65-61	зачтено	
Присутствует нелогичность изложения. Студент затрудняется с доказательностью на математическом языке и использовании мат.символики. Масса существенных ошибок в определениях терминов, понятий, теорем. В ответе на вопрос отсутствуют выводы. Речь	Е	60	зачтено	

математически неграмотна. При ответе на дополнительные вопросы студент начинает понимать связь между знаниями и умениями только после подсказки преподавателя. Практические задания не доведены до завершающего ответа.				
<p>Студент испытывает значительные трудности в ответе на вопросы. Присутствует масса существенных ошибок в освещении вопросов. Речь математически неграмотна. На дополнительные вопросы студент не отвечает. Практические задачи не решены. Наводящие вопросы от преподавателя не помогают студенту ответить на вопросы.</p> <p>Данная оценка ставится студенту, если он пойман на списывании или использовании гаджетов (телефона) для этих же целей.</p>	F	Менее 60	не зачтено	Компетенции не сформированы

Критерии оценки уровня усвоения знаний, умений и навыков по результатам экзамена

Характеристика ответа	Европейская оценка	Рубежные баллы	Оценка	Уровень сформированности компетенций
<p>Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем, свободно использует цифровые приложения при ответе на билет. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен математическим языком, логичен, доказателен с использованием примеров. При ответе на вопросы студент демонстрирует применение знаний при решении практических заданий, объясняет решение задачи, опираясь на определения, теоремы и аксиомы. Причем студент не затрудняется с ответом при видоизменении практического задания. Студент системно и логически мыслит при решении задач.</p>	A	100-96	5+	Повышенный уровень сформированности компетенций
<p>Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос. Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и</p>	A	95-91	5	

причинно-следственные связи при доказательстве теорем, свободно использует цифровые приложения при ответе на билет. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен математическим языком, логичен, доказателен с использованием примеров. Умеет тесно увязывать теорию с практикой. Практические задания решены правильно. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, теорем и определений, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа. Студент при этом логически и системно мыслит при решении практических задач.				Базовый уровень сформированности компетенций
Дан полный, развернутый ответ на поставленный теоретический вопрос экзаменационного билета. Студент свободно ориентируется во всех математических понятиях, умеет выделять логические и причинно-следственные связи при доказательстве теорем. Знание о предмете демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. В ответе допущены недочеты, исправленные студентом с помощью преподавателя. Задача решена верно, правильно обосновывается принятая методика решения задачи, в том числе с использованием цифровых технологий.	A	90-86	5-	
Дан неполный ответ на один из двух поставленных теоретических вопросов, но при этом студент владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. Ответ на теоретический вопрос четко структурирован, логичен, изложен математическим языком, с использованием цифровых технологий. Могут быть допущены недочеты или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя. Все практические задания решены верно. Системное и логическое мышление прослеживается при решении практических задач.	B	85-81	4+	
Дан неполный ответ на один из поставленных вопросов. Однако ответ на него четко структурирован, логичен, изложен математическим языком с использованием цифровых технологий. Студент владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач. Ответы на	C	80-76	4	

дополнительные вопросы логичны, изложены в терминах науки, однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью "наводящих" вопросов преподавателя. С ошибками решена одна из практических задач.				
Студент демонстрирует достаточные теоретические и практические знания, с использованием цифровых технологий в том числе. Дан полный, но недостаточно последовательный и не системный ответ на поставленный вопрос, но при этом показано умение решать практические задачи и логически мыслить. Могут быть допущены 1-2 ошибки в определении основных понятий или решении практической задачи, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.	C	75-71	4-	
Дан недостаточно полный и развернутый ответ на теоретические вопросы. Возможно, на один теоретический вопрос не дан ответ вообще. Логика, последовательность и системность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент не может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Математический аппарат развит слабо, цифровые технологии не используются. Студент испытывает затруднения при выполнении практической задачи и не может связать теорию с практикой.	D	70-66	3+	Пороговый уровень сформированности компетенций
Дан неполный ответ на оба теоретических вопроса, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Возможно, на один теоретический вопрос не дан ответ вообще. Допущены грубые ошибки при доказательстве теорем. В ответе отсутствуют выводы. Математическая символика и цифровые технологии не используются. Студент испытывает затруднения при выполнении практических задач и действует в процессе решения не логично. Одна из задач не доведена до конца.	E	65-61	3	
Дан неполный ответ на теоретические вопросы. Присутствует нелогичность изложения. Студент затрудняется с доказательностью на математическом языке и использовании математической символики. Масса существенных ошибок в определениях терминов, понятий,	E	60	3-	

теорем. В ответе на теоретический вопрос отсутствуют выводы, системность и логика. Речь математически неграмотна. При ответе на дополнительные вопросы студент начинает понимать связь между знаниями и умениями только после подсказки преподавателя. Практические задания не доведены до завершающего ответа, цифровые технологии не используются.				
<p>Студент испытывает значительные трудности в ответе на экзаменационные вопросы. Присутствует масса существенных ошибок в освещении теоретических вопросов. Речь математически неграмотна, безсистемна и не логична. На дополнительные вопросы студент не отвечает. Практические задачи не решены. Наводящие вопросы от преподавателя не помогают студенту ответить на вопросы билета.</p> <p>Данная оценка ставится студенту, если он пойман на списывании или использовании гаджетов (телефона, беспроводных наушников) для этих же целей.</p>	F	Менее 60	2	Компетенции не сформированы

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Ни для кого не секрет, что для современных студентов математика, как наука, скучна и не интересна, а главное, как им кажется, «совершенно не нужна» для их будущей профессиональной деятельности. Задача современного педагога-математика сломать этот стереотип и научить студента пользоваться математическим аппаратом, системно и логически мыслить, критически анализировать поставленные задачи, что поможет ему впоследствии более успешно работать в выбранной им профессиональной области.

В связи с цифровизацией педагогического пространства и в соответствии с современными принципами цифровой дидактики, рекомендуется использовать элементарные цифровые приложения и инструменты в педагогическом процессе, такие как myquiz, Lecture Rasing Teacher, Google формы и другие для лучшего усвоения знаний, формирования заявленных умений и навыков, а также для проверки сформированности соответствующих ЗУВов и самоконтроля. При работе со студентами удалённо (в основном, это лекционный материал) использовать учебные доски Jam board и Miro. При подготовке студентами презентаций по отдельным темам рекомендовать использовать MS Power Point, Prezi и другие инструменты для создания презентаций. Для автоматизации трудоёмких математических вычислений побуждать использовать такие математические программы как Mathematica, MatLab, MathCad, а также использование интерактивного инструмента MathType при создании математических формул для расчётов.

На первом занятии необходимо провести входное тестирование студентов, для определения уровня математической подготовки обучающихся, после чего, возможна корректировка процесса обучения в соответствии с общим уровнем подготовки студентов. По результатам входного тестирования организуются группы подтягивания по математической подготовке, для устранения пробелов школьной программы и понятия качества образовательного процесса.

Данная рабочая программа по дисциплине «Высшая математика» направлена на повышение образовательных результатов по математике обучающихся за счет эффективного встраивания интерактивных и активно-познавательных методов в образовательный процесс. В связи с этим, преподаватель, читающий данную дисциплину должен придерживаться следующих рекомендаций:

1. Изучив глубоко содержание учебной дисциплины, преподавателю целесообразно разработать матрицу наиболее предпочтительных методов обучения и форм самостоятельной работы студентов, адекватных видам лекционных и семинарских занятий.

2. Необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы, выводя студентов к завершению изучения учебной дисциплины на её высший уровень и формированию компетенций в соответствии с ФГОСом по данному направлению.

3. Задания для самостоятельной работы следует выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей, за которую студент может получить дополнительные баллы для повышения результативной оценки. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы, которые прописаны в Положении о самостоятельной работе студентов.

4. Вузовская лекция – звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Преподаватель, читающий лекционные курсы в университете по данной дисциплине, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические и воспитывающие возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения. При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Учитывать тот факт, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй – на 30-35-й минутах. В профессиональном общении исходить из того, что восприятие лекций студентами младших и старших курсов существенно отличается по готовности и умению.

Так как весь лекционный материал можно найти в учебнике (или учебно-методическом пособии), то целесообразно студенту прийти на лекцию, предварительно ознакомившись с новым материалом в библиотеке,

дома или в интернете. Это дает возможность эффективно работать в аудитории и читать не «монологическую лекцию», а в режиме диалогового взаимодействия, задавая вопросы, провоцируя студентов на дискуссию и обсуждение непонятых и спорных вопросов. Например, начиная доказывать ту или иную теорему, предлагается студенту продолжить и закончить начатое доказательство у доски, причем это может быть участие даже 2-х студентов у доски во время лекции. Тем самым студенты становятся субъектами собственной деятельности, что является главным условием профессионального становления и развития личности.

5. Семинарские занятия проводятся по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам) учебной программы. Они могут быть построены как на материале одной лекции, так и по определённой теме без чтения предварительной лекции. Главная и определяющая особенность любого семинара – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами или самими студентами, т.е. использование интерактивных методов обучения.

Все практические занятия по математике проводятся с элементами интерактива и использования активно-познавательных методов. Более эффективно, на наш взгляд, использование «метода запланированных ошибок», когда в процессе практического занятия на доске решаются пределы, производные и интегралы, заготовленные преподавателем дома, и в процессе решения каких-то задачах специально допущены ошибки. Студенты с большим удовольствием ищут эти ошибки, выходят к доске и исправляют их. Этот приём не даёт студентам лишний раз отвлекаться на занятиях, усиливает их познавательную мотивацию и формирует математическую грамотность студентов. Так же эффективен метод «работа в команде», «мозговой штурм», где выдается задача на группу студентов из 3-5 человек и результат решения задачи сравнивается по скорости решения, оптимальность способа решения и др. параметрам. Также широко используются цифровые приложения *myquiz* и *Lecture Racing Teacher*, *Google* формы для лучшего усвоения знаний, формирования заявленных умений и навыков, а также для проверки сформированности соответствующих ЗУВов и самоконтроля.

В конце семинара рекомендуется дать оценку всего семинарского занятия, обратив особое внимание на следующие аспекты:

- качество подготовки;
- степень усвоения знаний, умений, навыков;
- активность студентов;
- положительные стороны в работе студентов;
- ценные и конструктивные предложения;
- недостатки.

После проведения первого семинарского курса, начинающему преподавателю целесообразно осуществить общий анализ проделанной работы, извлекая при этом полезные уроки.

6. При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний, умений и навыков студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний, умений и навыков обязательно для преподавателя и студента и прописано в Положении о модульно-рейтинговой системе организации учебного процесса и оценки успеваемости студентов, а так же в самой рабочей программе.